

**WYMAGANIA EDUKACYJNE
PROSTO DO MATURY**

ZAKRES PODSTAWOWY

KLASA 1

LICZBY RZECZYWISTE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- stosować prawidłowo pojęcie zbioru, podzbioru, zbioru pustego;
- zapisywać zbiory w różnej postaci i prawidłowo odczytywać takie zapisy;
- wyłączać czynnik z sumy algebraicznej poza nawias;
- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$ w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- zapisywać sumę algebraiczną w postaci $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$;
- przekształcać prostewyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozróżniać liczby pierwsze i złożone;
- stosować w prostych zadaniach cechy podzielności;
- odróżniać dzielniki naturalne od dzielników całkowitych;
- przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach;
- zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny;
- podawać przykłady liczb niewymiernych;
- odróżniać liczbę wymierną od niewymiernej;
- podawać przybliżenie dziesiętne liczby (na przykład korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością;
- stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym;
- stosować w zadaniach prawa działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- wskazywać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego;
- wykonywać działania na pierwiastkach;
- wyłączać czynnik spod znaku pierwiastka;
- włączać czynnik pod znak pierwiastka;
- usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{a}{\sqrt{b}}$ albo $\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$;
- stosować definicję potęgi o wykładniku wymiernym;
- stosować w zadaniach prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym (w prostych przypadkach);
- stosować definicję logarytmu;
- rozwiązywać zadanie tekstowe z zastosowaniem logarytmów.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą

(4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- porządkować proste zbiory zgodnie z relacją zawierania;
- przekształcać złożone wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- zapisywać w postaci iloczynu wyrażenie takie jak $a^2 - (b - c)^2$ albo $(a + b)^2 - (c + d)^2$;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- wskazywać pary liczb względnie pierwszych;
- wyznaczać całkowite wartości zmiennych, dla których wartość prostego wyrażenia wymiernego jest liczbą całkowitą;
- dowodzić niewymierności np. liczby $\sqrt{2}$;
- zamieniać ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły;
- rozwiązywać zadania tekstowe, stosując działania na liczbach wymiernych
- stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym w zadaniach na dowodzenie;
- porównywać pierwiastki (bez używania kalkulatora);
- rozwiązywać, w trudniejszych przypadkach, zadania z zastosowaniem działań na pierwiastkach;
- stosować w zadaniach prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym (w trudniejszych przypadkach) stosować w zadaniach prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym
- stosować w wyrażeniach zapisanych za pomocą logarytmów własności logarytmów wynikające bezpośrednio z definicji, w szczególności $a^{\log_a b} = b$;

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- dowodzić niewymierności przykładowych liczb;
- wykazywać, że jeżeli liczba jest wymierna, to ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe i odwrotnie;
- uzasadniać prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia o niewielkim stopniu trudności;
- sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem nierówności pierwszego stopnia;
- zaznaczać zbiory rozwiązań nierówności pierwszego stopnia na osi liczbowej;
- rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do nierówności pierwszego stopnia;
- układać nierówności pierwszego stopnia do zależności opisanych słownie;

- stosować prawidłowo definicje przedziałów liczbowych;
- zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe;
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów skończonych oraz przedziałów liczbowych;
- obliczać wartość bezwzględną liczby;
- wykorzystywać w obliczeniach własności wartości bezwzględnej;
- wykorzystywać w zadaniach równość $\sqrt{x^2} = |x|$;
- zaznaczać na osi liczbowej zbiory rozwiązań równań nierówności typu: $|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| > b$;
- wykorzystywać geometryczną interpretację wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności typu: $|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| > b$;
- obliczać odległość punktów na osi liczbowej;
- sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem równania liniowego z dwiema niewiadomymi;
- sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą podstawiania (proste przypadki);
- rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki);
- rozpoznawać układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny;
- sprawdzać, czy dla danej wartości parametru układ jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny;
- rozwiązywać proste zadanie tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia w trudniejszych przypadkach (np. z użyciem wzorów skróconego mnożenia);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do nierówności pierwszego stopnia w trudniejszych przypadkach;
- zapisywać zbiór rozwiązań układu nierówności w postaci przedziału liczbowego;
- rozwiązywać nierówności podwójne i zapisywać zbiór rozwiązań w postaci przedziału liczbowego;
- wykorzystywać w zadaniach równości typu: $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = |a + b|$;
- zapisywać przedział liczbowy jako zbiór rozwiązań odpowiedniej nierówności z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać układy nierówności z wartością bezwzględną;
- wykorzystywać własności wartości bezwzględnej do algebraicznego rozwiązywania równań (nierówności) z wartością bezwzględną typu: $|x - a| =$

$$b, |x - a| < b, |x - a| > b;$$

- rozwiązywać równanie (nierówność) z wartością bezwzględną typu:
 $|x - a| - b = c, |x - a| - b < c, |x - a| - b > c;$
- podawać przykładowe pary liczb naturalnych (całkowitych) spełniających dane równanie liniowe z dwiema niewiadomymi; opisywać zbiór wszystkich takich par;
- rozwiązywać układ dwóch równań liniowych w trudniejszych przypadkach (np. wymagających stosowania wzorów skróconego mnożenia);
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych w trudniejszych przypadkach;
- rozwiązywać układy trzech równań liniowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu trzech równań liniowych.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- stosować własności wartości bezwzględnej do dowodzenia nierówności;
- przeprowadzać dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem;
- przeprowadzać dyskusję liczby rozwiązań układu dwóch równań liniowych z parametrem;
- rozwiązywać układ równań z wartością bezwzględną.

FUNKCJE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań;
- określać funkcje na różne sposoby (tabela, graf, wzór – proste przypadki, wykres, opis słowny);
- obliczać ze wzoru wartości funkcji dla różnych argumentów;
- wyznaczać dziedzinę funkcji danej prostym wzorem;
- obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość (w prostych przypadkach);
- wyznaczać zbiór wartości funkcji o danym wzorze i kilkuelementowej dziedzinie;
- swobodnie posługiwać się układem współrzędnych;
- rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- sporządzać wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;
- na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej dziedzinę;
- na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej zbiór wartości;
- na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale);
- szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości;
- odczytywać z wykresu funkcji jej miejsca zerowe;

- wyznaczać miejsca zerowe funkcji w prostych przypadkach (wymagających rozwiązywania równań liniowych lub równań z wartością bezwzględną);
- odczytywać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności typu $f(x) < m$, dla ustalonej wartości m (w szczególności dla $m = 0$);
- określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna;
- określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
- rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- podawać zależności funkcyjne między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- rysować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $x \in \mathbf{R} - \{0\}$, $a \neq 0$, i omawiać jej własności;
- rozwiązywać proste zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji;
- odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(x - a)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(x) + b$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- określać funkcje za pomocą wzoru w trudniejszych przypadkach;
- wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie wzoru w przypadkach wymagających większej liczby założeń albo wzoru, w którym występuje wartość bezwzględna;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanej funkcji;
- wyznaczać zbiór wartości funkcji w trudniejszych przypadkach;
- wyznaczać dziedzinę funkcji, znając jej zbiór wartości;
- szkicować wykres funkcji opisanej w zadaniu tekstowym;
- na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m ;
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji w trudniejszych przypadkach;
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące miejsc zerowych funkcji;
- uzasadniać, że np. funkcja rosnąca w dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca w sumie tych przedziałów;

- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności funkcji;
- rozwiązywać złożone zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne, np. dotyczące wydajności pracy;
- projektować wykres funkcji o zadanych własnościach;
- podawać własności funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$;
- podawać własności funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$;
- rozwiązywać zadania wymagające złożenia symetrii i przesunięcia wykresu funkcji.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- dobierać parametr we wzorze funkcji tak, by miała ona określone własności;
- składać przesunięcia równoległe wykresu funkcji z symetrami w przypadku większej liczby przekształceń
- szkicować wykresy funkcji typu: $f(x) = a\sqrt{x}$, $f(x) = \sqrt{ax}$, $f(x) = \sqrt{|x|}$.

FUNKCJA LINIOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne;
- podawać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- rysować wykres funkcji $y = ax$ i omawiać jej własności;
- poprawnie interpretować współczynnik kierunkowy funkcji $y = ax$;
- rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omawiać jej własności;
- podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu;
- sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- obliczać współczynnik kierunkowy prostej nierównoległej do osi y ;
- wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;
- sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej);
- rysować wykres funkcji liniowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami, odczytywać z wykresu własności tej funkcji;
- podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu w prostych przypadkach;
- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie;
- wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych;

- badać równoległość (prostokątłość) prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- wyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- wyznaczać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- podawać interpretację geometryczną danego układu równań liniowych;
- odczytać z wykresu współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- analizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności (np. monotoniczność);
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące współliniowości punktów;
- rozwiązywać zadania tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów;
- podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu w trudniejszych przypadkach;
- podawać wzór i rysować wykres funkcji przedziałami liniowej na podstawie zadania osadzonego w kontekście praktycznym (np. o podatku progresywnym);
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami takimi jak np. $x^2 - 2x + 1 = 0$ lub $x^2 - 4xy + y^2 = 0$;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości lub prostokątłości wykresów funkcji liniowych;
- wyznaczać wartość parametru, dla którego dany układ jest nieoznaczony (sprzeczny).

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji liniowej;
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej (np. z parametrem).

FUNKCJA KWADRATOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rysować wykresy funkcji $f(x) = ax^2$ i podawać jej własności;
- poprawnie interpretować współczynnik a funkcji $f(x) = ax^2$;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych w postaci kanonicznej;
- określać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość eks-

- tremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;
- podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach;
- przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie;
- poprawnie interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
- obliczać współrzędne wierzchołka paraboli;
- wyznaczać zbiór wartości funkcji kwadratowej;
- podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przekształcać parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz zapisywać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli;
- wykorzystywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach;
- rysować wykresy funkcji przedziałami kwadratowych;
- rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące postaci kanonicznej i ogólnej funkcji kwadratowej oraz jej własności.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji kwadratowej;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, np. z parametrem.

FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- odróżniać figury wypukłe od niewypukłych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o liczbie przekątnych w wielokącie;
- stosować w zadaniach własności kątów w trójkącie i wielokącie;
- stosować w zadaniach nierówność trójkąta;
- wskazywać figury przystające;
- dowodzić, że dwa trójkąty są przystające, powołując się na odpowiednie cechy przystawania.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie zewnętrznym trójkąta;

- stosować cechy przystawania trójkątów w zadaniach wieloetapowych.

KLASA 2

ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki;
- określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
- dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
- rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
- przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
- odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
- rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
- znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
- rozwiązywać równanie postaci $|f(x)| = b$, gdzie f jest funkcją kwadratową;
- wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
- wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
- rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej f liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$

w zależności od parametru m .

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów;
- określać stopień wielomianu;
- obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów;
- dodawać i odejmować wielomiany;
- mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów;
- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia;
- sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki;
- rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki;
- dzielić wielomiany pisemnie;
- zapisywać wielomiany w postaci $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$, mając dane wielomiany W i P ;
- stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta;
- dzielić wielomian przez dwumian $x - a$ przy użyciu schematu Hornera;
- rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;

- wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych;
- określać stopień wielomianu wielu zmiennych;
- obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych;
- określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
- dodawać i odejmować wyrażenia wymierne;
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony dany warunek;
- wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów;
- zapisywać sumę algebraiczną postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania;
- stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;
- wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki;
- stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów;
- rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem;
- znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
- stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
- wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy).

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić poprawność schematu Hornera;
- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany postaci np. $x^4 + 1$ lub $x^4 + x^2 + 1$;

- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wielomianów.

PLANIMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
- wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;
- wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
- określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
- korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
- korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
- stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
- stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
- obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
- stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
- stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
- rozpoznawać figury podobne;
- obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
- poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
- stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta;
- stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;

- korzystać z własności okręgów stycznych;
- korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
- stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;
- stosować zależność między kątem środkowymi i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
- stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
- rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym;
- stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
- stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
- korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie Talesa;
- udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
- stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych
- rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach;
- obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
- konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycz-

nych;

- posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$;
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną);
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią x ;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ w prostych przypadkach;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów;
- stosować wzór $P = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$, gdzie α jest kątem ostrym;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego;
- prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych;
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych;
- stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta $180^\circ - \alpha$ do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych;
- korzystać ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$ w przypadku kąta rozwartego;
- stosować w zadaniach podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;
- wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;

- sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
- stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
- korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
- udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość $\sin \alpha + \cos \alpha$, obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory redukcyjne dla kątów rozwartych;
- wyprowadzić wzór $P = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, np. zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach.

FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej;
- stosować w zadaniach wzory na logarytm iloczynu i ilorazu;
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi;
- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- wyznaczać dziedzinę funkcji typu $f(x) = \log_a(g(x))$;
- odczytywać z wykresów funkcji f i g rozwiązanie nierówności $f(x) \leq g(x)$, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
 - rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.

KLASA 3

TRYGONOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- stosować twierdzenie sinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta
- stosować twierdzenie sinusów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- stosować twierdzenie sinusów do obliczenia promienia okręgu opisanego na trójkącie
- stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta
- sprawdzać, czy trójkąt o danych bokach jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny
- obliczać pole trójkąta na podstawie wzorów: $P = \frac{1}{2}a \cdot h$ i $P = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin \gamma$
- wykorzystywać w zadaniach różne wzory na pole trójkąta do obliczenia wskazanych wielkości

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wykorzystywać twierdzenie sinusów lub twierdzenie cosinusów w zadaniach na dowodzenie
- stosować tw. cosinusów do obliczenia wskazanych wielkości w czworokątach
- rozwiązywać wieloetapowe zadania z planimetrii wymagające np. zastosowania twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów oraz wzorów na pole trójkąta i pole wielokąta
- stosować w zadaniach twierdzenie o dwusiecznej

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie sinusów
- udowodnić twierdzenie cosinusów
- udowodnić twierdzenie o dwusiecznej
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące związków miarowych w trójkącie

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą

jącą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- obliczyć odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wykorzystywać wzór na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie do obliczenia obwodu wielokąta
- wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka odcinka
- wyznaczać kąt nachylenia prostej do osi x
- wyznaczać równanie prostej nachylonej do osi x pod danym kątem i przechodzącej przez podany punkt
- badać równoległość i prostopadłość prostych o równaniach w postaci ogólnej
- badać wzajemne położenie dwóch prostych
- wykorzystywać równanie prostej w postaci ogólnej do wyznaczenia równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej (prostopadłej) do danej prostej
- obliczyć odległość punktu od prostej
- obliczyć pole trójkąta o danych wierzchołkach
- zapisywać równanie okręgu (nierówność opisującą koło) znając współrzędne środka i promień tego okręgu (koła)
- wyznaczać z równania okręgu współrzędne jego środka i promień
- sprawdzać, czy dany punkt należy do okręgu o podanym równaniu
- badać położenie danego punktu względem koła opisanego nierównością
- badać graficznie i rachunkowo wzajemne położenie okręgu i prostej
- wyznaczać punkty wspólne okręgu i prostej
- wyznaczać równanie stycznej do danego okręgu w punkcie należącym do tego okręgu
- wyznaczać środek symetrii w figurach środkowosymetrycznych
- wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej na płaszczyźnie
- wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych
- obliczać współrzędne punktów w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
- wyznaczać osie symetrii w figurach osiowosymetrycznych
- wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej na płaszczyźnie
- wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
- obliczać współrzędne punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
- klasyfikować figury ze względu na liczbę osi symetrii
- rozpoznawać wielokąty foremne

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać wieloetapowe zadania, stosując wzór na odległość dwóch punktów i wzór na współrzędne środka odcinka
- wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka ciężkości trójkąta

- obliczyć odległość między prostymi równoległymi o podanych równaniach
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące położenia prostych na płaszczyźnie i odległości punktu od prostej
- wyznaczyć równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. równanie okręgu przechodzącego przez trzy dane punkty lub stycznego do osi układu współrzędnych
- wyznaczyć równania stycznych do danego okręgu równoległych (prostopadłych) do danej prostej
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu
- wyznaczać równanie okręgu lub prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
- wyznaczać równanie okręgu w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii środkowej i symetrii osiowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wielokątów osiowosymetrycznych i środkowosymetrycznych

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- wyznaczać równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące równania prostej i równania okręgu

CIĄGI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając wzór ogólny tego ciągu
- zapisywać symbolicznie warunki dotyczące wyrazów ciągu
- rysować wykresy ciągów
- odczytywać z wykresu własności ciągu
- obliczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
- obliczać wyrazy ciągu spełniające podany warunek
- wyznaczać kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
- rozpoznawać ciąg arytmetyczny
- obliczać wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę ciągu
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy
- stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego

metrycznego

- określać monotoniczność ciągu arytmetycznego
- rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
- rozwiązywać zadania tekstowe wykorzystując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- rozpoznawać ciąg geometryczny
- obliczać wskazane wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz ciągu
- wyznaczać ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
- stosować w zadaniach zależności między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geom.
- rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na n -ty wyraz ciągu geometrycznego
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
- rozwiązywać zadania tekstowe wykorzystując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyznaczać wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- badać monotoniczność ciągu
- wykazywać, że dany ciąg nie jest monotoniczny
- określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
- podawać przykład wzory rekurencyjnego ciągu, znając kilka jego początkowych wyrazów
- podawać przykłady ciągów monotonicznych, tak, aby np. ich iloczyn spełniał określone warunki dotyczące monotoniczności
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, mając podane warunki, jakie spełniają wskazane wyrazy tego ciągu
- badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem arytmetycznym (geometrycznym)
- stosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k} , a_n , a_{n+k} ciągu arytmetycznego
- stosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k} , a_n , a_{n+k} ciągu geometrycznego
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego (geometrycznego) należy do-

dać, aby otrzymać określoną sumę

- obliczać sumę liczb naturalnych o podanych własnościach, np. dwucyfrowych i podzielnych przez 4
- rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę n wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego)
- rozwiązywać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- rozwiązywać trudniejsze zadania z wykorzystaniem wzoru na sumę n -początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- stosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
- obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
- obliczać wysokości rat malejących
- porównywać zyski z różnych lokat

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- udowodnić wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyprowadzić wzór na wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) w systemie procentu składanego
- porównywać różne sposoby spłacania kredytu
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
- określać zbiór zdarzeń elementarnych dla (?) danego doświadczenia losowego; obliczać liczbę zdarzeń elementarnych
- stosować symboliczny opis zbioru zdarzeń elementarnych i zdarzeń, w tym zdarzenia, pewnego i zdarzenia niemożliwego
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w prostych doświadczeniach losowych (rzut monetą, rzut kostką, losowanie jednego z pośród n przedmiotów)
- stosować w prostych przypadkach regułę mnożenia
- wykorzystywać drzewko do zliczania obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- stosować regułę dodawania
- odróżniać losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania

- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych
- wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń
- rozpoznawać zdarzenia wykluczające się
- stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
- wyznaczać wartość oczekiwaną w prostych grach losowych
- sprawdzać, czy dana gra losowa jest sprawiedliwa
- przedstawiać dane surowe w postaci szeregu uporządkowanego
- wyznaczać medianę, dominantę, średnią i rozstęp zestawu danych surowych
- obliczać średnią ważoną wyników
- obliczać wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
- sporządzać diagramy częstości
- odczytywać informacje z diagramów częstości
- porównywać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- uzasadnić, że $0 \leq P(A) \leq 1$ dla zdarzenia A w dowolnym doświadczeniu losowym
- stosować regułę mnożenia i regułę dodawania w bardziej złożonych zadaniach
- dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
- uzasadniać, że dane zdarzenia się nie wykluczają
- rozwiązywać trudniejsze zadania, stosując własności prawdopodobieństwa
- stosować w zadaniach siatkę centylową
- rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
- podawać przykład zestawu danych o ustalonych parametrach statystycznych
- obliczać przeciętne odchylenie od średniej
- wyjaśniać, na czym polega manipulacja danymi na nierzetelnie przedstawionych wykresach i diagramach
- interpretować parametry statystyczne

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych w nietypowych sytuacjach
- obliczyć prawdopodobieństwo sumy trzech zdarzeń
- stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności

KLASA 4

STEREOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wskazywać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste skośne w przestrzeni
- wskazywać proste prostopadłe w przestrzeni
- odróżniać proste równoległe od prostych skośnych
- zaznaczać rzut prostokątny punktu na płaszczyznę
- obliczać odległość punktu od płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia przekątnych prostopadłościanu do jego ścian
- zaznaczać kąty nachylenia krawędzi bocznych ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy
- rozróżniać kąty płaskie, kąty nachylenia prostej do płaszczyzny i kąty dwuścienne
- zaznaczać kąty między przeciwległymi ścianami bocznymi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego
- zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego do płaszczyzny jego podstawy, obliczać wartość funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny
- rysować rzuty graniastosłupów na płaszczyznę
- zaznaczać przekątne graniastosłupa
- rysować siatki graniastosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące graniastosłupów

- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa
- rozpoznawać ostrosłupy prawidłowe
- rysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę
- rysować siatki ostrosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (również z wykorzystaniem trygonometrii)
- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa
- wyznaczać przekroje ostrosłupa zawierające jego wierzchołek
- wskazywać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka i stosować w zadaniach związku między nimi
- wskazywać cięciwę, średnicę i koło wielkie kuli, rozpoznawać odcinek, wycinek i warstwę kuli i stosować w zadaniach związku między nimi
- wskazywać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy stożka, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- wyznaczać przekroje osiowe brył obrotowych, wyznaczać związki miarowe w tych przekrojach
- obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walców, stożków i kul, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w prostych przypadkach
- stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach w prostych przypadkach
- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości z dziedziny stereometrii w prostych przypadkach
- rozpoznawać bryły podobne, wykorzystywać zależność między polami powierzchni i objętościami brył podobnych

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- opisywać proste konstrukcje w przestrzeni (np. konstrukcję płaszczyzny zawierającej daną prostą i prostopadłej do danej płaszczyzny)
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące równoległości i prostopadłości w przestrzeni
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania rzutu prostokątnego na płaszczyznę, np. doliczać miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny, wykorzystując odległość punktów leżących na tej prostej od danej płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia odcinków w graniastosłupa do jego ścian bocznych
- zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupów innych niż prawidłowe do płaszczyznypodstawy
- zaznaczać kąty dwuścienne między ścianami bocznymi ostrosłupów
- rysować przekroje graniastosłupów w prostych przypadkach, np. zawierające przekątną podstawy i obliczać pola tych przekroić
- stosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków w graniastosłupach i ostrosłupach
- stosować w zadaniach wzór Eulera
- wykorzystywać własności ostrosłupów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- rozpoznawać wielościany foremne i opisywać ich własności
- badać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich
- wyznaczać objętości i pola powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych, doprowadzać wynik do prostej postaci i określać dziedziny tych wyrażeń, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
- obliczać objętości i pola powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
- stosować w zadaniach własności brył podobnych w trudniejszych przypadkach, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania wymagające stworzenia modelu przestrzennego badanej bryły oraz zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył i ich przekrojów

DOWODY W MATEMATYCE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- własności kątów (kąty wierzchołkowe przyległe, utworzone przez prostą przecinającą proste równoległe, suma kątów w wielokącie, kąt między styczną a cięciwą)
- przystawania i podobieństwa trójkątów
- twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
- własności wysokości, środkowych, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie
- twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym
- kątów środkowych i kątów wpisanych
- podzielności liczb całkowitych w prostych przypadkach
- dzielenia z resztą w prostych przypadkach
- własności logarytmów
- nierówności algebraicznych (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia)

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- nierówności trójkąta
- twierdzenia o odcinkach stycznych

- pól figur podobnych
- długości łuku okręgu i pola wycinka kołowego
- związków miarowych w wielokątach
- podzielności liczb całkowitych w trudniejszych przypadkach
- dzielenia z resztą w trudniejszych przypadkach
- niewymierności liczb
- własności wartości bezwzględnej
- nierówności algebraicznych również (metodą nie wprost) w trudniejszych przypadkach

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania na dowodzenie (np. wymagające zapisania danego wyrażenia w postaci sumy innych odpowiednio dobranych wyrażeń, dorysowania odpowiedniego odcinka w zadaniu geometrycznym itp.)