

WYMAGANIA EDUKACYJNE

PROSTO DO MATURY

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

KLASA 1

LICZBY RZECZYWISTE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- stosować prawidłowo pojęcie zbioru, podzbioru, zbioru pustego;
- zapisywać zbiory w różnej postaci i prawidłowo odczytywać takie zapisy;
- wyłączać czynnik z sumy algebraicznej poza nawias;
- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$ w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- zapisywać sumy algebraiczną w postaci $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$;
- przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozróżniać liczby pierwsze i złożone;
- stosować w prostych zadaniach cechy podzielności;
- odróżniać dzielniki naturalne od dzielników całkowitych;
- przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach;
- zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne;
- podawać przykłady liczb niewymiernych;
- odróżniać liczbę wymierną od niewymiernej;
- podawać przybliżenie dziesiętne liczby (na przykład korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością;
- stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym;
- stosować w zadaniach prawa działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- wskazywać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego;
- wykonywać działania na pierwiastkach;
- wyłączać czynnik spod znaku pierwiastka;
- włączać czynnik pod znak pierwiastka;
- usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{a}{\sqrt{b}}$ albo $\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$;
- stosować definicję potęgi o wykładniku wymiernym;
- stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym;
- stosować definicję logarytmu;
- rozwiązywać zadanie tekstowe z zastosowaniem logarytmów.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- porządkować proste zbiory zgodnie z relacją zawierania ;
- zapisywać w postaci iloczynu wyrażenie takie jak $a^2 - (b - c)^2$ albo $(a + b)^2 - (c + d)^2$;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- wskazywać pary liczb względnie pierwszych;
- wyznaczać całkowite wartości zmiennych, dla których wartość prostego wyrażenia wymiernego jest liczbą całkowitą;
- dowodzić niewymierności np. liczby $\sqrt{2}$;
- zamieniać ułamki dziesiętne okresowe na ułamki zwykłe;
- rozwiązywać zadania tekstowe, stosując działania na liczbach wymiernych
- stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym w zadaniach na dowodzenie;
- porównywać pierwiastki (bez używania kalkulatora);
- stosować w wyrażeniach zapisanych za pomocą logarytmów własności logarytmów wynikające bezpośrednio z definicji, w szczególności $a^{\log_a b} = b$;
- stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- klasyfikować podzbiory zbioru liczb rzeczywistych ze względu na wykonalność działań;
- dowodzić niewymierności przykładowych liczb;
- wykazywać, że jeżeli liczba jest wymierna, to ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe i odwrotnie;
- uzasadniać prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nierówność pierwszego stopnia;
- sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem nierówności pierwszego stopnia;
- zaznaczać zbiór rozwiązań nierówności pierwszego stopnia na osi liczbowej;

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do nierówności pierwszego stopnia;
- układać nierówności pierwszego stopnia do zależności opisanej słownie;
- stosować prawidłowo definicje przedziałów liczbowych;
- zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe;
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów skończonych oraz przedziałów liczbowych;
- obliczać wartość bezwzględną liczby;
- wykorzystywać w obliczeniach własności wartości bezwzględnej;
- wykorzystywać w zadaniach równość: $\sqrt{x^2} = |x|$;
- zaznaczać na osi liczbowej zbiory rozwiązań równań nierówności typu: $|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| > b$;
- wykorzystywać geometryczną interpretację wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności typu: $|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a|$;
- wykorzystywać własności wartości bezwzględnej do algebraicznego rozwiązywania równań (nierówności) z wartością bezwzględną typu: $|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| > b$;
- obliczać odległość punktów na osi liczbowej;
- rozwiązywać równania (nierówności) z wartością bezwzględną typu: $||x - a| - b| = c, ||x - a| - b| < c, ||x - a| - b| > c$;
- rozwiązywać proste równania liniowe z parametrem;
- wyznaczać wartość parametru, dla którego rozwiązaniem równania liniowego jest dana liczba;
- rozwiązywać nierówności liniowe z parametrem dla podanej wartości parametru;
- sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem równania liniowego z dwiema niewiadomymi;
- sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązywać układy dwóch równań liniowych metodą podstawiania
- rozwiązywać układy dwóch równań liniowych metodą przeciwnych współczynników
- rozpoznawać układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny
- sprawdzać, czy dla danej wartości parametru układ jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- stosować prawa działań na zbiorach;
- wykorzystywać w zadaniach równości typu: $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = |a + b|$;
- zapisywać przedział liczbowy jako zbiór rozwiązań odpowiedniej nierówności z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać równania liniowe z kilkoma parametrami
- badać, dla jakich wartości parametru równanie liniowe ma jedno rozwiązanie (jest sprzeczne, jest tożsamościowe);
- wyznaczać wartość parametru, dla którego rozwiązaniem nierówności liniowej jest dany przedziałliczbowy;
- badać, dla jakich wartości parametru nierówność liniowa jest sprzeczna, (tożsamościowa);
- podawać przykładowe pary liczb naturalnych (całkowitych) spełniających dane równanie liniowe z dwiema niewiadomymi; opisywać zbiór wszystkich takich par;
- rozwiązywać układy trzech równań liniowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu trzech równań liniowych.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- stosować własności wartości bezwzględnej do dowodzenia nierówności;
- przeprowadzać dyskusję liczby rozwiązań układu dwóch równań liniowych z parametrem;
- rozwiązywać niestandardowe równania (nierówności) z wartością bezwzględną, np. $||x - 1| - 2| = 2x$;
- rozwiązywać układy równań z wartością bezwzględną.

FUNKCJE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań;
- określać funkcje na różne sposoby (tabela, graf, wzór, wykres, opis słowny);
- obliczać ze wzoru wartości funkcji dla różnych argumentów;
- wyznaczać dziedzinę funkcji danej prostym wzorem;
- podawać przykłady wzoru funkcji o danej dziedzinie;
- obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;

- wyznaczać zbiór wartości funkcji o danym wzorze i kilkuelementowej dziedzinie;
- swobodnie posługiwać się układem współrzędnych;
- rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- sporządzać wykres funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;
- na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej dziedzinę;
- na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej zbiór wartości;
- na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale);
- szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości;
- odczytywać z wykresu funkcji jej miejsca zerowe;
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji w prostych przypadkach (wymagających rozwiązywania równań liniowych lub równań z wartością bezwzględną);
- znajdować miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami;
- odczytywać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności typu $f(x) < m$, dla ustalonej wartości m (w szczególności dla $m = 0$);
- określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna;
- określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
- rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- podawać zależność funkcyjną między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- rysować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $x \in \mathbf{R} - \{0\}$, $a \neq 0$, i omawiać jej własności;
- rozwiązywać zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji;
- odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(x - a)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(x) + b$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- rysować wykres funkcji $y = |f(x)|$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$;
- dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- interpretować geometrycznie działania na wektorach;
- przedstawiać wektor w postaci kombinacji liniowej danych wektorów w prostych przypadkach;
- obliczać współrzędne wektora;
- obliczać współrzędne końca (początku) wektora, znając współrzędne jego

- początku (końca), oraz współrzędne wektora;
- stosować własności wektorów równych;
- obliczać długość wektora;
- wykonywać działania na wektorach w układzie współrzędnych;
- korzystać w zadaniach ze wzoru na środek odcinka;
- przesuwać wykres funkcji o dany wektor;
- stosować wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji;
- rozwiązywać zadania wymagające złożenia dwóch przekształceń wykresu funkcji.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- określać funkcje za pomocą wzoru w trudniejszych przypadkach;
- wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie wzoru w przypadkach wymagających większej liczby założeń albo wzoru, w którym występuje wartość bezwzględna;
- wyznaczać wartość parametru, dla której dziedziną funkcji jest dany zbiór;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanej funkcji;
- wyznaczać zbiór wartości funkcji w trudniejszych przypadkach ;
- wyznaczać dziedzinę funkcji, znając jej zbiór wartości;
- szkicować wykres funkcji opisanej w zadaniu tekstowym;
- na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ zależności od wartości m ;
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące miejsc zerowych funkcji;
- uzasadniać, że np. funkcja rosnąca w dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca w sumie tych przedziałów;
- rozwiązywać złożone zadanie tekstowe, w którym występują wielkości odwrotnie proporcjonalne, np. dotyczące wydajności pracy;
- projektować wykres funkcji o zadanych własnościach;
- podawać własności funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = |f(x)|$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$;
- podawać własności funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$;
- wykorzystywać w zadaniach (np. na dowodzenie) własności działań na wektorach;
- przedstawiać wektor w postaci kombinacji liniowej danych wektorów w trudniejszych przypadkach;

- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące współrzędnych wektora;
- wykorzystywać współrzędne wektorów w zadaniach na dowodzenie;
- rozwiązywać zadania wymagające złożenia co najmniej trzech przekształceń wykresu funkcji.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać z definicji monotoniczność funkcji;
- dobierać parametr we wzorze funkcji tak, by miała ona określone własności;
- swobodnie składać przesunięcia równoległe wykresu funkcji z symetriami, również z wykorzystaniem wartości bezwzględnej.

FUNKCJA LINIOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne;
- podawać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
- rysować wykres funkcji $y = ax$ i omawiać jej własności;
- poprawnie interpretować współczynnik kierunkowy funkcji $y = ax$;
- rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omówić jej własności;
- podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu;
- sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- rysować wykres funkcji $y = |ax + b|$;
- wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;
- sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej);
- rozwiązywać zadania tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów;
- rysować wykresy funkcji liniowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu;
- zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie;
- wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych;

- podawać interpretację geometryczną danego układu równań liniowych;
- obliczać współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- badać równoległość (prostokątłość) prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- wyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- wyznaczać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- analizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące współliniowości punktów;
- podawać wzór i rysować wykres funkcji przedziałami liniowej na podstawie zadania osadzonego w kontekście praktycznym (np. o podatku progresywnym);
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej;
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami takimi jak np. $x^2 - 2x + 1 = 0$ lub $x^2 - 4xy + y^2 = 0$;
- wyznaczać wartość parametru, dla którego dany układ jest nieoznaczony (sprzeczny);
- rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące równoległości lub prostokątłości wykresów funkcji liniowych.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji liniowej;
- zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami z wartością bezwzględną.

FUNKCJA KWADRATOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rysować wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podawać jej własności;

- poprawnie interpretować współczynnik a funkcji $f(x) = ax^2$;
- rysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej;
- określać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;
- podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o jej wykresie;
- przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie;
- poprawnie interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
- obliczać współrzędne wierzchołka paraboli;
- wyznaczać zbiór wartości funkcji kwadratowej;
- podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej na podstawie informacji o jej wykresie;

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przekształcać parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi x lub osi y układu współrzędnych oraz zapisywać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli;
- rysować wykres funkcji przedziałami kwadratowej;
- rysować wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące postaci kanonicznej i ogólnej funkcji kwadratowej, np. z parametrem.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji kwadratowej.

FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- odróżniać figury wypukłe od niewypukłych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o liczbie przekątnych w wielokącie;

- stosować w zadaniach własności kątów w trójkącie i wielokącie;
- stosować w zadaniach nierówność trójkąta;
- wskazywać figury przystające;
- dowodzić, że dwa trójkąty są przystające powołując się na odpowiednie cechy przystawania.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie zewnętrznym trójkąta;
- stosować cechy przystawania trójkątów w zadaniach wieloetapowych.

KLASA 2

ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- rozwiązywać równania kwadratowe niepełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynniki;
- określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
- dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
- rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
- przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
- odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- stosować wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego;
- ustalać znaki miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie znaków jej współczynników;
- obliczać wartości wyrażeń, w których występują miejsca zerowe funkcji kwadratowej, bez obliczania tych miejsc zerowych;
- obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzorów Viète'a;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
- wykonywać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych,
- rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego;
- sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań;
- sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej;

- rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu;
- ilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory rozwiązań nierówności typu $y \geq ax^2 + bx + c$ oraz wykonywać działania na takich zbiorach.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji określonej za pomocą różnych wzorów na różnych przedziałach;
- rozwiązywać równania kwadratowe z wartością bezwzględną, w tym równania wymagające rozważenia przypadków oraz równania postaci $|f(x)| = b$, gdzie f jest funkcją kwadratową;
- wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej własnościach, np. o sumie kwadratów jej miejsc zerowych;
- stosować wzory Viète'a w zadaniach na dowodzenie;
- wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać układy równań z wartością bezwzględną prowadzące do równań kwadratowych;
- zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
- rozwiązywać zadania z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète'a;
- wyznaczać zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej w zależności od parametru;
- wyznaczać wartości parametru, dla których dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych przedstawiających np. sumę kwadratów pierwiastków równania kwadratowego z parametrem;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej;
- rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem i z wartością bezwzględną.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres takiej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej.

WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów;
- określać stopień wielomianu;
- obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów;
- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- dodawać i odejmować wielomiany;
- mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów;

- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$,

$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;

- zapisywać sumy algebraiczne w postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$,

$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

- przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia;
- sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki;

- rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki;
- stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;
- dzielić wielomiany pisemnie;
- zapisywać wielomiany w postaci $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$, mając dane wielomiany W i P ;
- stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta;
- dzielić wielomian przez dwumian $x - a$ przy użyciu schematu Hornera;
- rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych lub pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;
- określać krotność pierwiastka wielomianu;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą siatki znaków;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą przybliżonego wykresu wielomianu;
- rozwiązywać układy nierówności wielomianowych;
- podawać przykłady nierówności wielomianowych, mając dany zbiór ich rozwiązań;
- wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych;
- określać stopień wielomianu wielu zmiennych;
- obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych;
- określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
- dodawać i odejmować wyrażenia wymierne;
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych;
- rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu);
- rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności wielomianowych zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych;
- wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- przekształcać wzór funkcji homograficznej do postaci $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$;
- rysować wykres i podawać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony podany warunek;
- wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów;
- obliczać sumę współczynników wielomianu;
- stosować w zadaniach wzór na kwadrat sumy trzech składników;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania;
- wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki;
- stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie;
- rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany typu $x^4 + 1$ lub $x^4 + x^2 + 1$;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych wielomianu;
- rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem;
- wykorzystywać nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem;
- znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
- stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
- wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;
- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dane wyrażenia wymierne były równe;
- rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące wydajności pracy);
- rozwiązywać równania wymierne z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać nierówności wymierne z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem wymagające rozwiązania prostych równań i nierówności wymiernych;
- rozwiązywać zadania dotyczące liczby rozwiązań równań wymiernych postaci $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$, gdzie wzór funkcji f jest zapisany za pomocą parametru;

- rysować wykres funkcji typu $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ i wyznaczać jej zbiór wartości;
- rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać układy równań wymiernych prowadzące do równań kwadratowych;
- rozwiązywać graficznie równania, nierówności lub układy równań, korzystając z wykresów funkcji homograficznych.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić poprawność schematu Hornera;
- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych lub pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- wyznaczać resztę z dzielenia wielomianu przez iloczyn wielomianów, znając reszty z dzielenia tego wielomianu przez poszczególne czynniki;
- rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów i funkcji wymiernych.

PLANIMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
- wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;
- wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
- określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności okręgów stycznych;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
- korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
- korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
- stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
- stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;

- stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
- obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
- rozstrzygać, czy na danym czworokącie można opisać okrąg;
- stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;
- rozstrzygać, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg;
- stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
- stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
- rozpoznawać figury podobne;
- obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
- poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
- stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta;
- stosować w zadaniach wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;
- korzystać z własności stycznych do okręgu i własności okręgów stycznych w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
- stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;
- stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
- stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;
- stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
- rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w

kontekście praktycznym;

- wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
- stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych;
- rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
- korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;
- udowodnić twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- udowodnić twierdzenie Talesa;
- udowodnić twierdzenia o punktach szczególnych w trójkącie: punkcie przecięcia symetralnych boków, wysokości, dwusiecznych kątów wewnętrznych oraz o środkowych;
- udowodnić twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. skonstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub skonstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji;
- udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące punktów szczególnych w trójkącie, podobieństwa figur, okręgów i prostych, kątów w kole oraz wielokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.

FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach;
- obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane je-

- den bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
- konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
 - posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$;
 - korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
 - znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną);
 - obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią x ;
 - stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ w prostych przypadkach;
 - znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
 - wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów;
 - stosować w zadaniach wzór $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, gdzie α jest kątem ostrym;
 - wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego;
 - prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych;
 - obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych;
 - stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta $180^\circ - \alpha$ do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych;
 - korzystać ze wzoru $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ w przypadku kąta rozwartego;
 - stosować w zadaniach podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$;
 - znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
 - udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających

funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;

- wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
- sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
- korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
- udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość $\sin \alpha + \cos \alpha$, obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory redukcyjne dla kątów rozwartych;
- wyprowadzić wzór $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$;
- wyprowadzić wzory na dokładne wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów, np. 15° , $22,5^\circ$, 105° .

FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;

- rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej;
- rozwiązywać graficznie układ dwóch równań lub nierówności, z których co najmniej jedno jest równaniem wykładniczym;
- stosować w zadaniach wzory na logarytmy iloczynu i ilorazu;
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi;
- stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu;
- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
- odczytywać z wykresów funkcji f i g rozwiązanie nierówności $f(x) \leq g(x)$, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać proste równania wykładnicze typu $a^{f(x)} = a^{g(x)}$;
- rozwiązywać proste nierówności wykładnicze typu $a^{f(x)} < a^{g(x)}$;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne typu $\log_a f(x) = \log_a g(x)$;
- rozwiązywać proste nierówności logarytmiczne typu $\log_a f(x) < \log_a g(x)$.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych (i wykładniczych) zapisanych różnymi wzorami w różnych przedziałach;
- wyznaczać dziedzinę funkcji typu $f(x) = \log_a(g(x))$;
- rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące określania dziedziny złożonej funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać równania wykładnicze metodą podstawiania;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne metodą podstawiania.

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi i zmianę podstawy logarytmu;
- rozwiązywać równania wykładnicze (logarytmiczne) z parametrem;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.

KLASA 3

TRYGONOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- stosować twierdzenie sinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta oraz promienia okręgu opisanego na trójkącie
- stosować twierdzenie sinusów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta
- sprawdzać czy trójkąt o danych bokach jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny
- obliczać pole trójkąta na podstawie wzorów: $P = \frac{1}{2} a \cdot h$ i $P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$
- wykorzystywać w zadaniach różne wzory na pole trójkąta do obliczenia wskazanych wielkości
- stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów w zadaniach dotyczących czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu
- poprawnie zaznaczać dowolny kąt w układzie współrzędnych
- określać, do której ćwiartki układu współrzędnych należy dany kąt
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- określać znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta
- konstruować kąt, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, mając dany punkt należący do jego ramienia końcowego
- stosować wzory redukcyjne do wyznaczania wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego)
- korzystać z tablic trygonometrycznych do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- opisywać własności funkcji okresowych
- zapisywać poprawnie rodzinę przedziałów liczbowych
- podawać własności funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych sinus lub cosinus tego kąta
- uzasadniać proste tożsamości trygonometryczne, podając konieczne założenia

- zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie
- wyznaczać wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w radianach
- wykorzystywać w zadaniach okresowość funkcji trygonometrycznych
- rysować wykresy funkcji sinus, cosinus i tangens; podawać własności tych funkcji
- przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych przez przesunięcie równoległe lub symetrię względem osi x , osi y i początku układu współrzędnych
- rozwiązywać elementarne równania trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
- rozwiązywać elementarne nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
- wykorzystywać w prostych zadaniach wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
- rozwiązywać proste równania trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
- rozwiązywać proste nierówności trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
- rozwiązywać równania trygonometryczne prowadzące do równań kwadratowych

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczyć długość środkowej trójkąta, mając dane długości jego boków
- wykorzystywać twierdzenie sinusów lub twierdzenie cosinusów w zadaniach na dowodzenie
- stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia wskazanych wielkości w wielokątach
- stosować w zadaniach twierdzenie o dwusiecznej
- rozwiązywać wieloetapowe zadania z planimetrii wymagające np. zastosowania twierdzenia o dwusiecznej, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów oraz wzorów na pole trójkąta i pole wielokąta
- uzasadniać wzory redukcyjne
- stosować wzory redukcyjne do obliczenia wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów
- wykorzystywać wzory redukcyjne w zadaniach na dowodzenie
- szkicować wykres funkcji okresowej o podanych własnościach
- obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartość funkcji tangens tego kąta
- uzasadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych, podając konieczne założenia

- stosować wzory redukcyjne dla kątów o podanej mierze łukowej
- stosować funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej w zadaniach różnych typów
- rysować wykresy funkcji trygonometrycznych w trudniejszych przypadkach (np. z wartością bezwzględną)
- określać na podstawie wykresu złożonej funkcji trygonometrycznej jej własności, np. podawać przedziały monotoniczności, wskazywać wartości: najmniejszą i największą w danym przedziale domkniętym, odczytywać miejsca zerowe, podawać równanie asymptot pionowych wykresu
- wykorzystywać wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego w zadaniach na dowodzenie
- obliczać wartości wyrażeń, wykorzystując wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
- rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne wymagające zastosowania wzorów na sinus, cosinus lub tangens sumy i różnicy kątów

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie sinusów
- udowodnić twierdzenie cosinusów
- udowodnić twierdzenie o dwusiecznej
- udowodnić wzór Herona
- rozwiązywać równania trygonometryczne i nierówności trygonometryczne z parametrem
- rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące związków miarowych w trójkącie

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- obliczać odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wykorzystywać wzór na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie do obliczenia

obwodu wielokąta

- wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka odcinka
- wyznaczać kąt nachylenia prostej do osi x
- wyznaczać równanie prostej nachylonej do osi x pod danym kątem i przechodzącej przez podany punkt
- badać równoległość i prostopadłość prostych o równaniach w postaci ogólnej
- badać wzajemne położenie dwóch prostych
- wykorzystywać równanie prostej w postaci ogólnej do wyznaczania równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej (prostopadłej) do danej prostej
- obliczać odległość punktu od prostej
- obliczać pole trójkąta o danych wierzchołkach
- zapisywać równanie okręgu (nierówność opisującą koło) znając współrzędne środka i promień tego okręgu (koła)
- wyznaczać z równania okręgu współrzędne jego środka i promień
- sprawdzać, czy dany punkt należy do okręgu o podanym równaniu
- badać położenie danego punktu względem koła opisanego nierównością
- badać graficznie i rachunkowo wzajemne położenie okręgu i prostej
- wyznaczać punkty wspólne okręgu i prostej
- wyznaczać równanie stycznej do danego okręgu w punkcie należącym do tego okręgu
- badać wzajemne położenie dwóch okręgów
- wyznaczać punkty wspólne dwóch okręgów
- wyznaczać środek symetrii w figurach środkowosymetrycznych
- wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej na płaszczyźnie
- wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych
- obliczać współrzędne punktów w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
- wyznaczać równanie okręgu lub prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
- wyznaczać osie symetrii w figurach osiowosymetrycznych
- wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej na płaszczyźnie
- obliczać współrzędne punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
- wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
- wyznaczać równanie okręgu w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać wieloetapowe zadania, stosując wzór na odległość dwóch punktów i wzór na współrzędne środka odcinka
- wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka ciężkości trójkąta
- wyznaczać równania dwusiecznych kątów utworzonych przez dwie dane proste, wykorzystując własności dwusiecznej kąta
- obliczać odległość między prostymi równoległymi podanych równaniach
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące położenia prostych na płaszczyźnie i odległości punktu od prostej
- zapisywać równanie okręgu w postaci ogólnej i odczytywać z niego współrzędne środka i promień okręgu
- wyznaczać równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. przechodzącego przez trzy dane punkty lub stycznego do osi układu współrzędnych
- badać, jaki zbiór punktów płaszczyzny kartezjańskiej jest opisany za pomocą podanego równania
- wyznaczać równania stycznych do danego okręgu równoległych (prostopadłych) do danej prostej
- rozwiązywać rachunkowo i graficznie układy równań stopnia drugiego
- rysować zbiór punktów opisany za pomocą układu nierówności stopnia drugiego
- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów

- rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii środkowej i symetrii osiowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wyznaczać obrazy punktów w symetrii względem prostej o podanym równaniu na płaszczyźnie kartezjańskiej

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadniać poznane wzory
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równania okręgu
- wyznaczać równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące wzajemnego położenia dwóch okręgów
- rozwiązywać rachunkowo i graficznie układy równań stopnia drugiego z wartością bezwzględną
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności z geometrii analitycznej

CIĄGI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- obliczyć n -ty wyraz ciągu, znając wzór ogólny tego ciągu
- zapisywać symbolicznie warunki dotyczące wyrazów ciągu
- rysować wykresy ciągów
- odczytywać z wykresu własności ciągu
- wyznaczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
- obliczać wyrazy ciągu spełniające podany warunek
- wyznaczać kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
- rozpoznawać ciągi arytmetyczne
- obliczyć wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę ciągu
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając go dwa wyrazy
- stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego
- określać monotoniczność ciągu arytmetycznego
- rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
- rozwiązywać zadania tekstowe wykorzystując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- rozpoznawać ciąg geometryczny
- obliczać wskazane wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz ciągu
- wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
- stosować w zadaniach zależności między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
- rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na n -ty wyraz ciągu geometrycznego
- obliczyć sumę n początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
- rozwiązywać zadanie tekstowe wykorzystując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

- wyznaczać wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
- obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
- obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- badać monotoniczność ciągu
- wykazywać, że dany ciąg nie jest monotoniczny
- określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
- podawać przykład wzoru rekurencyjnego ciągu znając kilka jego początkowych wyrazów
- podawać przykłady ciągów monotonicznych, tak, aby np. ich iloczyn spełniał określone warunki dotyczące monotoniczności
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny, mając podane warunki, jakie spełniają wskazane wyrazy tego ciągu
- badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem arytmetycznym (geometrycznym)
- obliczyć, ile wyrazów danego ciągu geometrycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
- wyznaczać ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
- obliczać sumę liczb naturalnych o podanych własnościach, np. dwucyfrowych i podzielnych przez 4
- wyznaczać wzór ogólny ciągu arytmetycznego na podstawie wzoru na jego sumę częściową
- stosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k} , a_n , a_{n+k} ciągu arytmetycznego
- stosować w zadaniach zależność między wyrazami a_{n-k} , a_n , a_{n+k} ciągu geometrycznego
- rozwiązywać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- stosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę n wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego)
- rozwiązywać zadania łączące ciąg arytmetyczny (geometryczny) z innymi działami matematyki, np. funkcją kwadratową, geometrią, itp.
- obliczać wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego

- obliczać wysokości rat malejących
- porównywać zyski z różnych lokat

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- udowodnić wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyprowadzić wzór na wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) w systemie procentu składanego
- porównywać różne sposoby spłacania kredytu
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące geometrii analitycznej, w tym zadania z parametrem

ANALIZA MATEMATYCZNA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- opisywać poglądowo pojęcie granicy ciągu
- poprawnie stosować symboliczny zapis granicy ciągu i granicy niewłaściwej
- odróżniać ciągi zbieżne i ciągi rozbieżne
- stosować twierdzenia o działaniach na granicach ciągów zbieżnych
- obliczać granice ciągów z wykorzystaniem granic ciągów typu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^n} = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$, $a > 0$
- wskazywać ciąg geometryczny zbieżny
- wyznaczać granice niewłaściwe ciągu
- rozpoznawać szeregi geometryczne zbieżne
- obliczać sumy szeregów geometrycznych zbieżnych
- zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły w prostych przypadkach
- opisywać poglądowo pojęcie granicy funkcji w punkcie
- obliczać granice funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
- interpretować pojęcie granicy jednostronnej
- odczytywać z wykresu funkcji jej granice jednostronne we wskazanych punktach

- wyznaczać granice jednostronne funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach
- interpretować pojęcie granicy niewłaściwej funkcji z punkcie i w $\pm\infty$
- wyznaczać granice niewłaściwe funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
- wyznaczać równania asymptot poziomych i asymptot pionowych wykresu funkcji
- opisywać poglądowo pojęcie funkcji ciągłej w punkcie
- badać ciągłość funkcji w punkcie
- określać ciągłość funkcji w przedziale
- obliczyć iloraz różnicowy i podać interpretację geometryczną otrzymanego wyniku
- obliczyć pochodną funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w prostych przypadkach
- wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
- stosować z fizyczną interpretacją pochodnej do obliczenia prędkości chwilowej
- wyznaczać pochodne funkcji elementarnych
- wyznaczać pochodne funkcji korzystając z twierdzenia o działaniach na pochodnych
- wyznaczać pochodne funkcji postaci $f(x) = x^k$ $k \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$
- wyznaczać pochodne wielomianów
- wyznaczać pochodne funkcji wymiernych, określać D i D'
- określać funkcję wewnętrzną i funkcję zewnętrzną danej funkcji złożonej
- wyznaczać dziedzinę funkcji złożonej
- obliczać pochodne funkcji złożonych w prostych przypadkach
- obliczyć wartość pochodnej funkcji złożonej w danym punkcie w prostych przypadkach
- wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji różniczkowalnych, korzystając z własności pochodnej
- posługiwać się pojęciem ekstremum lokalnego
- wyznaczać ekstrema funkcji różniczkowalnych, korzystając z warunku koniecznego i z warunku wystarczającego istnienia ekstremum
- wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji w przedziale domkniętym
- rozwiązać zadanie optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej w prostych przypadkach

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- obliczać granice ciągów (właściwe i niewłaściwe) na podstawie definicji
- stosować twierdzenie o własnościach granic niewłaściwych ciągów rozbieżnych
- badać, kiedy podany nieskończony ciąg geometryczny jest zbieżny
- podawać przykłady ciągów zbieżnych do danej granicy lub rozbieżnych do $\pm\infty$
- obliczać granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach
- zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać zadania z geometrii, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
- rozwiązywać równania i nierówności, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
- wyznaczać granice funkcji (właściwe i niewłaściwe) na podstawie definicji
- stosować tw. dotyczące granic niektórych funkcji, np. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{x} = \sqrt{x_0}$,
 $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{f(x_0)}$
- stosować twierdzenia dotyczące granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
- uzasadniać, że dana funkcja ma granicę w podanym punkcie
- obliczać granice funkcji, wykorzystując tw. o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
- wyznaczać granice jednostronne funkcji na podstawie definicji
- wyznaczać granice niewłaściwe jednostronne
- wyznaczać granice funkcji na końcach przedziałów określoności
- wyznaczać granice niewłaściwe funkcji, wykorzystując tw. o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
- określać własności funkcji (w tym granice na końcach przedziałów określoności) na podstawie jej wykresu
- dobierać odpowiednie wartości parametru tak, aby funkcja była ciągła w danym punkcie
- wykorzystywać w zadaniach własności funkcji ciągłych, np. do dowodzenia, że dane równanie ma rozwiązanie oraz do znajdowania wartości najmniejszej i największej funkcji w przedziale domkniętym
- szkicować przykładowy wykres funkcji ciągłej o podanych własnościach
- obliczać pochodne funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w trudniejszych przypadkach
- podawać interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie
- wyznaczać kąt przecięcia wykresów dwóch funkcji
- badać różniczkowalność funkcji w danym punkcie
- wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji spełniającej określone warunki
- wyznaczać pochodną funkcji złożonej w trudniejszych przypadkach
- wykorzystywać pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących np. równania stycznej
- wyznaczać przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji złożonej
- wskazywać wykres funkcji na podstawie wykresu jej pochodnej
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące stycznej do wykresu funkcji

- badać przebieg zmienności funkcji wymiernych
- rozwiązywać zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. dotyczące geometrii) w trudniejszych przypadkach

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o działaniach na granicach funkcji
- udowodnić twierdzenie o działaniach na pochodnych
- udowodnić warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji w punkcie
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące przedziałów monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnej
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące granic funkcji i pochodnej funkcji

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznawać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
- określać zbiór zdarzeń elementarnych dla(?) danego doświadczenia losowego; obliczać liczbę zdarzeń elementarnych
- stosować symboliczny opis zbioru zdarzeń elementarnych i zdarzeń, w tym zdarzenia pewnego i zdarzenia niemożliwego
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w prostych doświadczeniach losowych (rzut monetą, kostką, losowanie jednego spośród n przedmiotów)
- stosować w prostych przypadkach regułę mnożenia
- wykorzystywać drzewko do zliczania obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych
- stosować regułę dodawania
- odróżniać losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych
- wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń
- rozpoznawać zdarzenia wykluczające się

- stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
- stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
- wyznaczać wartość oczekiwaną w prostych grach losowych
- sprawdzać, czy dana gra losowa jest sprawiedliwa
- przedstawiać dane surowe w postaci szeregu uporządkowanego
- wyznaczać medianę, dominantę, średnią i rozstęp danych surowych
- obliczać średnią ważoną wyników
- obliczać wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
- sporządzać diagramy częstości
- odczytywać informacje z diagramów częstości
- porównywać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- uzasadniać, że $0 \leq P(A) \leq 1$ dla zdarzenia A w dowolnym doświadczeniu losowym
- stosować regułę mnożenia i regułę dodawania w bardziej złożonych zadaniach
- rozwiązywać zadania dotyczące liczby podzbiorów danego zbioru
- dobrać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń lub wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
- opisywać słowami zdarzenia zapisane symbolicznie z wykorzystaniem działań na zdarzeniach
- uzasadniać, że dane zdarzenia się wykluczają
- wykorzystywać własności prawdopodobieństwa w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązywać trudniejsze zadania, stosując własności prawdopodobieństwa
- wyznaczać wartość oczekiwaną w bardziej złożonych grach losowych
- stosować w zadaniach siatkę centylową
- rozwiązywać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
- podawać przykłady zestawu danych o ustalonych parametrach statystycznych
- obliczać przeciętne odchylenie od średniej
- wyjaśniać, na czym polega manipulacja danymi na nierzetelnie przedstawionych wykresach i diagramach
- interpretować parametry statystyczne

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych w nietypowych sytuacjach
- obliczyć prawdopodobieństwo sumy trzech zdarzeń
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące klasycznej definicji prawdopodobieństwa

KLASA 4

STEREOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wskazywać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste skośne w przestrzeni
- wskazywać proste prostopadłe w przestrzeni
- odróżniać proste równoległe od prostych skośnych
- zaznaczać rzut prostokątny punktu na płaszczyznę
- obliczać odległość punktu od płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia przekątnych prostopadłościanu do jego ścian
- zaznaczać kąty nachylenia krawędzi bocznych ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy
- rozróżniać kąty płaskie, kąty nachylenia prostej do płaszczyzny i kąty dwuścienne
- zaznaczać kąty między przeciwległymi ścianami bocznymi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego
- zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego do płaszczyzny jego podstawy, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny
- rysować rzuty graniastosłupów na płaszczyznę
- zaznaczać przekątne graniastosłupa
- rysować siatki graniastosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące graniastosłupów
- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa
- zaznaczać przekroje płaskie graniastosłupów w prostych przypadkach, np. zawierające przekątną podstawy
- rozpoznawać ostrosłupy prawidłowe
- rysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę
- rysować siatki ostrosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa

do płaszczyzny podstawy (również z wykorzystaniem trygonometrii)

- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa
- wyznaczać przekroje ostrosłupa zawierające jego wierzchołek
- wskazywać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka i stosować w zadaniach związku między nimi
- wskazywać cięciwę, średnicę i koło wielkie kuli; rozpoznawać odcinek, wycinek i warstwę kuli; stosować w zadaniach związku między nimi
- wskazywać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzący do podstawy stożka, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- wyznaczać przekroje osiowe brył obrotowych, wyznaczać związki miarowe w tych przekrojach
- obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walców, stożków i kul, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w prostych przypadkach
- stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach w prostych przypadkach
- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości z dziedziny stereometrii w prostych przypadkach
- rozpoznawać bryły podobne, wykorzystywać zależność między polami powierzchni objętościami brył podobnych
- rozwiązywać proste zadanie optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej

(np. wyznaczać największą objętość graniastosłupa na podstawie odpowiednich zależności między długościami jego krawędzi)

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- opisywać proste konstrukcje w przestrzeni (np. konstrukcję płaszczyzny zawierającej daną prostą i prostopadłej do danej płaszczyzny)
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące równoległości i prostopadłości

w przestrzeni, dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do dwóch przecinających się prostych

- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania rzutu prostopadłego na płaszczyznę, np. obliczać miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny, wykorzystując odległość punktów leżących na tej prostej od danej płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia odcinków w graniastosłupie do jego ścian bocznych
- stosować w zadaniach twierdzenie o trzech prostopadłych
- wykorzystywać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym

- wyznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupów innych niż prawidłowe do płaszczyznypodstawy
- zaznaczać kąty dwuścienne między ścianami bocznymi ostrosłupów
- rysować przekroje płaskie graniastosłupów w trudniejszych przypadkach, np. zawierające trzy punkty należące do krawędzi bocznych
- stosować w zadaniach wzór Eulera
- obliczać pole przekroju graniastosłupa płaszczyzną
- stosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków w graniastosłupach i ostrosłupach
- wyznaczać przekrojeostrosłupów niezawierające wierzchołka ostrosłupa, rozwiązywać zadania dotyczące tych przekrojów
- rozpoznawać wielościany foremne i opisywać ich własności
- wykorzystywać własności ostrosłupów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące związków miarowych w ostrosłupach
- badać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich
- wykorzystywać własności stożków w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- wyznaczać związki miarowe w bryłachopisanych na kuli
- wyznaczać związki miarowe w bryłachwpisanych w kulę
- wyznaczać objętości i pola powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych, doprowadzać wynik do prostej postaci i określać dziedziny tych wyrażeń, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
- obliczać objętości i pola powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej)
- stosować w zadaniach własności brył podobnychw trudniejszych przypadkach, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- rozwiązywać trudniejsze zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. dotyczące bryły wpisanej w bryłę)

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania wymagające stworzenia modelu przestrzennego badanej bryły oraz zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył i ich przekrojów

- udowodnić twierdzenie o trzech prostopadłych

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wypisywać wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
- obliczać wartość $n!$ dla danego n
- obliczać liczbę permutacji danego zbioru
- przekształcać wyrażenia zawierające symbol $n!$ dla danego n
- stosować regułę mnożenia i regułę dodawania
- obliczać liczbę wariacji z powtórzeniami i liczbę wariacji bez powtórzeń
- rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (ustawianie n osób w określonym porządku, tworzenie liczb n -cyfrowych o określonych własnościach, układanie liter w słowa itp.)
- przedstawiać drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia
- obliczać wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$ dla danych $n, k \in N, n \geq k$
- obliczać liczbę kombinacji
- rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (jednoczesne losowanie kilku kul z urny, losowanie kart z talii, wybór delegacji itp.)
- wyznaczać wartości wyrażen $\binom{n}{k}$ na podstawie trójkąta Pascala, $n, k \in N, n \geq k$
- przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów na $(a + b)^n$ i $(a - b)^n$ dla danych wartości $n \in N$, korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych, wymagających użycia wzorów kombinatorycznych oraz reguły mnożenia i reguły dodawania
- obliczać prawdopodobieństwo warunkowe
- wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo warunkowe
- wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń
- opisywać układ zupełny zdarzeń
- wykorzystywać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w prostych przypadkach rysować drzewo ilustrujące rozwiązanie zadania
- rozpoznawać sytuacje, w których można użyć schematu Bernoulliego
- obliczać prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie
- stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych przypadkach

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przekształcać wyrażenia zawierające symbol $n!$ w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków)
- obliczać w prostych przypadkach liczbę permutacji, jeśli niektóre wyrazy powtarzają się
- dowodzić własności wyrażeń zawierających symbol Newtona
- przekształcać i upraszczać wyrażenia zawierające symbol Newtona
- rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków)
- rozwiązywać zadania z danym prawdopodobieństwem wymagające ułożenia odpowiedniego równania i wyznaczenia np. niewiadomej liczby kul w urnie
- stosować w zadaniach wzór dla $0 < k < n$, $k, n \in N$ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
- wyznaczać wyrazy rozwinięcia dwumianu $(a + b)^n$ o określonych własnościach
- stosować wzór na $(a + b)^n$ w zadaniach na dowodzenie
- dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- stosować wzory kombinatoryczne oraz regułę mnożenia i regułę dodawania w zadaniach z wykorzystaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać zadania z danym prawdopodobieństwem wymagające ułożenia odpowiedniego równania i obliczenia np. liczby kul w urnie
- wykorzystywać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w trudniejszych przypadkach
- wykorzystywać wzór na prawdopodobieństwo warunkowe w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązywać zadania z wykorzystaniem wzoru Bayesa
- obliczać najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego
- stosować wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach, np. do obliczania prawdopodobieństwa uzyskania co najmniej k sukcesów w n próbach

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania kombinatoryczne (np. znaleźć liczbę możliwych dróg)

o określonych własnościach łączących dwa dane punkty)

- udowadniać własności symbolu Newtona
- uzasadniać wzór dwumianowy Newtona i wnioski z tego wzoru
- udowodnić twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym
- rozwiązywać zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności

DOWODY W MATEMATYCE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- własności kątów (kąty wierzchołkowe, przyległe, utworzone przez prostą przecinającą proste równoległe, suma kątów w wielokącie, kąt między styczną a cięciwą)
- przystawania i podobieństwa trójkątów
- twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
- własności wysokości, środkowych, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie
- twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym
- czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu
- kątów środkowych i kątów wpisanych
- podzielności liczb całkowitych w prostych przypadkach
- dzielenia z resztą w prostych przypadkach
- własności logarytmów
- nierówności algebraicznych (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia)

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- nierówności trójkąta
- twierdzenia o odcinkach stycznych
- pól figur podobnych
- długości łuku okręgu i pole wycinka kołowego
- własności wektorów
- związków miarowych w wielokątach

- podzielności liczb całkowitych w trudniejszych przypadkach
- dzielenia z resztą w trudniejszych przypadkach
- niewymierności liczb
- własności wartości bezwzględnej
- przekształcania wyrażeń zawierających pierwiastki (np. $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$)
- nierówności algebraicznych (również metodą nie wprost)

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązywać nietypowe zadania na dowodzenie (np. wymagające zapisania danego wyrażenia w postaci sumy innych odpowiednio dobranych wyrażeń, dorysowania odpowiedniego odcinka w zadaniu geometrycznym itp.)